

整篇分析基于一个基本假设：PA 的非线性可以用三阶幂级数来表征，高阶非线性可以忽略。即，PA 的输入输出关系可以表示为：

$$v_o = a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3 \quad (1.1)$$

其中， v_i 和 v_o 分别为 PA 输入和输出信号电压。

当 PA 的输入信号 v_i 为单音信号时， $v_i(t) = v \cos(\omega t)$ ，输出信号为：

$$\begin{aligned} v_o(t) &= a_1[v \cdot \cos(\omega t)] + a_2[v \cdot \cos(\omega t)]^2 + a_3[v \cdot \cos(\omega t)]^3 \\ &= a_1 v \cdot \cos(\omega t) + a_2 v^2 \cdot \frac{1}{2}[1 + \cos(2\omega t)] + a_3 v^3 \cdot \frac{1}{4}[3 \cos(\omega t) + \cos(3\omega t)] \quad (1.2) \\ &= \frac{1}{2} a_2 v^2 + (a_1 v + \frac{3}{4} a_3 v^3) \cdot \cos(\omega t) + \frac{1}{2} a_2 v^2 \cdot \cos(2\omega t) + \frac{1}{4} a_3 v^3 \cdot \cos(3\omega t) \end{aligned}$$

从上式可以看到，由于 PA 非线性的影响，输出信号中除了有基频信号 (ω) 之外，还产生了直流分量和二次、三次谐波分量 (2ω 、 3ω)。各分量的系数可以用小表总结：

	$a_1 v$	$a_2 v^2$	$a_3 v^3$
DC		1/2	
ω	1		3/4
2ω		1/2	
3ω			1/4

当 PA 的输入信号为双音信号时，

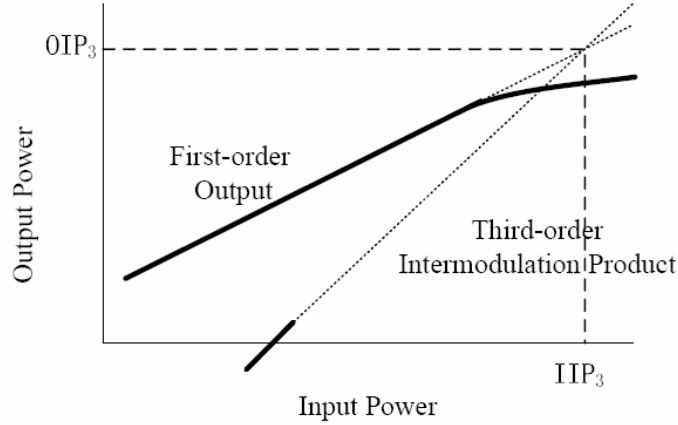
$$\begin{aligned}
 v_o(t) &= a_1[v \cos(\omega_1 t) + v \cos(\omega_2 t)] \\
 &+ a_2[v \cos(\omega_1 t) + v \cos(\omega_2 t)]^2 \\
 &+ a_3[v \cos(\omega_1 t) + v \cos(\omega_2 t)]^3 \\
 &= a_2 v^2 \\
 &+ (a_1 v + \frac{9}{4} a_3 v^3) \cdot \cos(\omega_1 t) + (a_1 v + \frac{9}{4} a_3 v^3) \cdot \cos(\omega_2 t) \\
 &+ \frac{1}{2} a_2 v^2 \cdot \cos(2\omega_1 t) + \frac{1}{2} a_2 v^2 \cdot \cos(2\omega_2 t) + a_2 v^2 \cdot \cos(\omega_1 \pm \omega_2) t \\
 &+ \frac{3}{4} a_3 v^3 \cdot \cos(2\omega_1 \pm \omega_2) + \frac{3}{4} a_3 v^3 \cdot \cos(2\omega_2 \pm \omega_1) + \frac{1}{4} a_3 v^3 \cdot \cos(3\omega_1) + \frac{1}{4} a_3 v^3 \cdot \cos(3\omega_2)
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

可以看到，输出信号中除了有基频信号（ ω_1 、 ω_2 ）之外，还产生了直流分量和二次、三次谐波分量（ $2\omega_1$ 、 $2\omega_2$ 、 $3\omega_1$ 、 $3\omega_2$ ），更重要的是，产生了二阶和三阶交调分量（ $\omega_1 \pm \omega_2$ 、 $2\omega_1 \pm \omega_2$ 、 $2\omega_2 \pm \omega_1$ ）。各分量的系数可以用小表总结：

	$a_1 v$	$a_2 v^2$	$a_3 v^3$
DC		1	
ω_1	1		9/4
ω_2	1		9/4
$2\omega_1$		1/2	
$2\omega_2$		1/2	
$\omega_1 \pm \omega_2$		1	
$2\omega_1 \pm \omega_2$			3/4
$2\omega_2 \pm \omega_1$			3/4
$3\omega_1$			1/4
$3\omega_2$			1/4

1dB 压缩点 P_{in-1dB} 的定义为：由于 PA 非线性，当输入功率为 P_{in-1dB} 时，PA 的功率增益

比线性情况下降低 1dB。IIP₃ 的定义为：PA 线性 $P_{out} - P_{in}$ 曲线与线性 $P_{out}(2\omega_1 \pm \omega_2) - P_{in}$ 曲线（或者 $P_{out}(2\omega_2 \pm \omega_1) - P_{in}$ 曲线，两者取一）外插的交点所对应的输入功率。如下图所示：



(1) 计算 P_{in-1dB} ：线性情况下，PA 输入输出关系为： $v_o = a_1 v_i = a_1 v_c \cos(\omega t)$ ，即输出基频信号的幅度为 $a_1 v_c$ ；在非线性情况下，有前述分析可知输出基频信号的幅度为

$a_1 v_c + \frac{3}{4} a_3 v_c^3$ 。根据 P_{in-1dB} 的定义，且 $20 \cdot \log_{10}(10^{-0.05}) = -1dB$ ，令：
 $a_1 v_c \cdot 10^{-0.05} = a_1 v_c + \frac{3}{4} a_3 v_c^3$ ，可解得此时的输入信号功率可以表示为：

$$P_{in-1dB} = v_c^2 = \frac{4a_1 \cdot (1 - 10^{-0.05})}{3a_3} \quad (1.4)$$

上式表示，当输入正弦信号幅度为 v_c 时，输入功率为 P_{in-1dB} ，PA 将发生 1dB 压缩。

(2) 计算 IIP₃：假设 IIP₃ 点所对应的 PA 输入信号幅度为 v_p ，那么根据 IIP₃ 的定义及前面所得三阶交调分量 ($2\omega_1 \pm \omega_2$ 或 $2\omega_2 \pm \omega_1$) 的系数，可得： $a_1 v_p = \frac{3}{4} a_3 v_p^3$ 。所以，可

得到此时的输入信号功率可以表示为： $IIP_3 = v_p^2 = \frac{4a_1}{3a_3}$ (1.5)

根据公式(1.4)及(1.5)，有：

$$\frac{IIP_3}{P_{in-1dB}} = \frac{1}{1 - 10^{-0.05}} \approx 9.20 = 9.64dB \quad (1.6)$$

所以，可以得到结论：一个 PA 的三阶交调点输入功率 IIP₃ 比其 1dB 压缩点输入功率

P_{in-1dB} 大 9.64dB。

另外需要注意：根据 IIP_3 的定义，计算时三阶交调分量只取两个三阶交调分量（ $2\omega_1 \pm \omega_2$ 、 $2\omega_2 \pm \omega_1$ ）之一，如果将两者都计算进去， IIP_3 将比 P_{in-1dB} 大： $9.64 + 3dB = 12.64dB$ (1.7)

注意：以上推导都建立在 PA 非线性为三阶的假设下。再次假设下，PA 的 IIP_3 比其 P_{in-1dB} 大 $9.64dB$ 。通常，实际 PA 的 IIP_3 比其 P_{in-1dB} 大 $10 \sim 15dB$ 。